

DOMANDE PER L'ESAME ORALE

1) **Tutti coloro che superino l'esame scritto con un voto di almeno 18 possono scegliere, su apposito modulo in rete, di verbalizzare su Infostud direttamente il medesimo voto conseguito all'esame scritto. SOLO COLORO che all'esame scritto abbiano ottenuto un VOTO SUPERIORE al voto 18 possono chiedere, mediante apposito modulo in rete ESCLUSIVAMENTE SU PROPRIA LIBERA SCELTA PERSONALE FACOLTATIVA, di sostenere l'esame orale.**

2) **Nell'esame orale lo studente deve dimostrare di aver acquisito, in particolare, le seguenti capacità:**

- a) **saper spiegare cos'è una proposizione e saper utilizzare la logica delle proposizioni;**
- b) **saper definire un concetto e saper distinguere una definizione da un teorema;**
- c) **saper collegare due proposizioni tramite un teorema di cui si sappia scrivere correttamente l'enunciato e si sappiano riconoscere l'ipotesi e la tesi;**
- d) **SAPER COLLEGARE IN MODO LOGICO LE CONOSCENZE ACQUISITE PER FUTURE APPLICAZIONI NEI SUCCESSIVI ESAMI DEL PROPRIO CORSO DI STUDIO.**

3) **Nota bene: si consiglia di affrontare ogni domanda nella forma in cui l'argomento è stato trattato in aula. Tutti gli argomenti affrontati in aula e riportati di seguito nell'elenco delle domande per l'esame orale sono trattati nel libro di testo di riferimento oppure nel mio file scaricabile in forma .pdf dalla mia pagina web. Per alcuni argomenti vi sono anche delle registrazioni audio-video utilizzabili sempre nella mia pagina web. TUTTE LE DOMANDE RIPORTATE DI SEGUITO, SULLE QUALI VERTERA' SEMPRE L'ESAME ORALE, SONO DA INTENDERSI, SALVO AVVISO CONTRARIO, CON DIMOSTRAZIONE.**

Nell'esame orale verranno poste le seguenti domande.

1. Concetto di numero razionale, irrazionale, reale, proprietà dei polinomi e teorema di Ruffini, proprietà delle potenze e dei logaritmi;
2. teorema di Rouché-Capelli: **soltanto** enunciato e discussione del suo significato;
3. definizione di spazio vettoriale e concetto di insieme di vettori linearmente dipendente e indipendente: proposizioni equivalenti che caratterizzano i due concetti;
4. teorema dei vettori linearmente dipendenti e teorema dei vettori linearmente indipendenti;
5. dimostrare che le funzioni lineari conservano qualsiasi combinazione lineare, mentre quelle affini conservano solo particolari combinazioni lineari, tra cui quelle convesse;
6. grafico di una funzione, definizione di funzione crescente e decrescente, convessa e concava;
7. definizioni generali dei limiti **MEDIANTE DISUGUAGLIANZE**: divergenza al finito e all'infinito, convergenza al finito e all'infinito, concetto di prolungamento di una funzione e dimostrazione del limite notevole

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = 1,$$

concetto di asintoto, concetto di *forma indeterminata* e di funzione continua, classificazione dei punti di discontinuità di prima, seconda e terza specie;

8. teoremi sulle funzioni continue (senza dimostrazione, ma **solo enunciato e significato geometrico**): teorema di Weierstrass, teorema degli zeri, teorema della permanenza del segno e teorema dei valori assunti;
9. concetto di successione numerica, definizione del numero “ e ”, calcolo e dimostrazione dei limiti notevoli correlati al numero “ e ”:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x};$$

10. grafico qualitativo delle funzioni elementari: funzione potenza con esponenti interi positivi e negativi, funzione logaritmica, funzione esponenziale;
11. definizione di derivata e suo significato geometrico, equazione cartesiana della retta tangente;
12. calcolo della derivata delle funzioni elementari x^n , e^x , $\log x$ mediante limite del rapporto incrementale, regole di derivazione;
13. dimostrazione del teorema che lega continuità e derivabilità di una funzione in un punto, concetto di differenziale;
14. teoremi sulle funzioni derivabili (con dimostrazione): teorema di Rôle, teorema di Cauchy, teorema di Cauchy con derivate n -esime, teorema di Lagrange, teorema della formula di Taylor;
15. espressione e proprietà del polinomio di Taylor di una funzione in un punto e del resto, calcolo del polinomio di Taylor delle funzioni elementari e^x , $\log(1+x)$, irrazionalità del numero e ;
16. ruolo del teorema di Lagrange per la dimostrazione del teorema che lega il segno della derivata prima di una funzione e il suo comportamento crescente e decrescente;
17. definizione di estremo locale e teoremi sui massimi e minimi locali nei punti interni di un intervallo: teorema condizione del primo ordine solo necessaria per i massimi e i minimi, teorema condizione del secondo ordine solo sufficiente per i massimi e i minimi;
18. definizione di flesso e teoremi sui flessi nei punti interni di un intervallo: teorema condizione del secondo ordine solo necessaria per il flesso, teorema condizione del terzo ordine solo sufficiente;
19. relazione tra i segni della derivata seconda di una funzione e il suo comportamento concavo e convesso;
20. funzione integrale di una data funzione, integrale indefinito e primitiva, enunciato e dimostrazione del teorema di Torricelli-Barrow con applicazioni al calcolo delle aree, dimostrazione della regola dell'integrale definito

$$\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$$

e dimostrazione della relazione tra la funzione integranda $f(x)$ e la funzione primitiva $G(x)$.